Правила дифференцирования и таблица производных

Обычно при нахождении производных сначала используются правила дифференцирования, а затем – таблица производных элементарных функций

Правила дифференцирования:

1) $(Cu)' = Cu'$ – множитель-константу можно вынести за знак производной;

2) $(u \pm v)' = u' \pm v'$ – правило дифференцирования суммы;

3) $(uv)' = u'v + uv'$ – правило дифференцирования произведения;

4) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ – правило дифференцирования частного;

5) $(u(v))' = u'(v) \cdot v'$ – дифференцирование сложной функции.

Таблица производных:

$(C)' = 0$, где $C = const$ (число);
$(x^n)' = nx^{n-1}$, в частности: $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, $(x)' = 1$, $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$ Следует обратить внимание, что производная степенной функции – это самая «ходовая» вещь на практике. Любой радикал (корень), например $\sqrt[3]{x^5}$, $\dfrac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$, $\dfrac{1}{x^5}$, $\sqrt{(4x-7)^3}$, нужно представить в виде $x^{\frac{a}{b}}$ для применения формулы $(x^n)' = nx^{n-1}$ (как представить – см. *http://mathprofi.ru/goryachie_formuly.pdf*).
$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$, в частности $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
$(a^x)' = a^x \ln a$, в частности $(e^x)' = e^x$
Тригонометрические функции: $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ $(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

Обратные тригонометрические функции: $(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$ $(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$ $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
Гиперболические функции: $(shx)' = chx$ $(chx)' = shx$ $(thx)' = \frac{1}{ch^2 x}$ $(cthx)' = -\frac{1}{sh^2 x}$

Если функция задана в параметрической форме: $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}$, то:

$$y'_x = \frac{\psi'_t(t)}{\varphi'_t(t)}$$

$$y''_{xx} = \frac{(y'_x)'_t}{\varphi'_t(t)}$$

! Важно

Иногда встречаются очень большие таблицы производных (порядка 100 штук). Такие таблицы рекомендую использовать только для проверки или в самом крайнем случае, поскольку производные «других функций» на самом деле являются следствием правил дифференцирования, и ваше «решение» может сильно не понравиться преподавателю. Или понравиться: *Замечательно!* – скажет он, – *А теперь распишите, пожалуйста, подробнее. Здесь, здесь и здесь.*