ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

02. Надійність об’єктів, що не підлягають ремонту

Надійність – одна з найважливіших експлуатаційних властивостей радіоелектронних пристроїв, оскільки значною мірою визначає ефективність застосування апаратури за призначенням. Вона є комплексною властивістю.

Надійність – це властивість об’єкта зберігати в часі в установлених межах значення всіх параметрів, які характеризують його здатність виконувати свої функції в заданих режимах та умовах застосування, технічного обслуговування, зберігання та транспортування.

У залежності від призначення РЕП і умов їх експлуатації, надійність може включати в себе безвідмовність, довговічність і готовність.

Безвідмовність – це властивість об’єкта виконувати свої функції в певних умовах протягом деякого інтервалу часу чи напрацювання.

Об’єкт може знаходитися у *справному стані*, коли він здатний виконувати всі задані функції, або в *працездатному стані*, який характеризує його здатність виконувати всі потрібні функції.

Об’єкти, що не підлягають ремонту, працюють до першої відмови.

Відмова – це подія, яка полягає у втраті об’єктом здатності виконувати потрібну функцію, тобто у порушенні працездатного стану об’єкта. За характером виникнення прийнято розрізняти *відмови раптові*, які неможливо передбачити попередніми дослідженнями чи технічним оглядом, і *відмови поступові*, спричинені поступовими змінами значень одного чи декількох параметрів об’єкта.

Визначальним називають такий параметр, який характеризує основні властивості об’єкта.

Виникнення відмови являється випадковою подією. Тому значення часу безвідмовної роботи об’єкта чи напрацювання до відмови Т розглядається як неперервна випадкова величина, яка описується інтегральною функцією розподілу $F(t)$.

Ймовірність відмови за відрізок часу $0, t$

$$Q(t) = F(t) = P(T \le t).$$

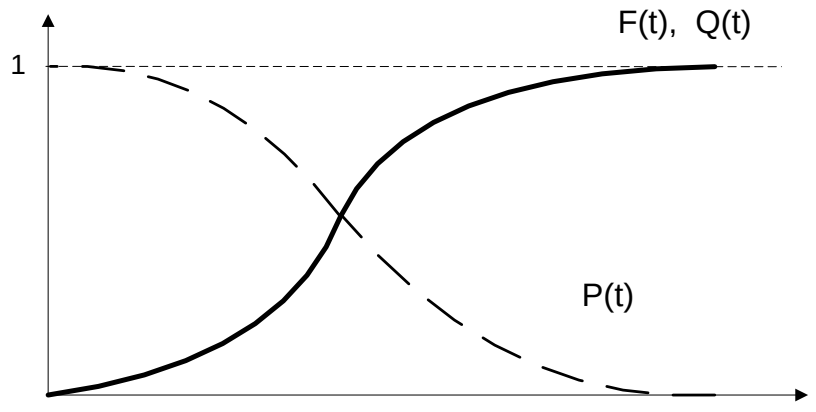
Ймовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = 1 - F(t) = P(T \ge t) \qquad (2.1)$$

показує ймовірність того, що час T безвідмовної роботи об’єкта більше деякого заданого часу t.

Таким чином

$$Q(t) = 1 - P(t) \text{ або } Q(t) + P(t) = 1. \qquad (2.1а)$$



Мал. 2.1

Практично значення ймовірності безвідмовної роботи визначається статистичним шляхом, за інформацією про відмови у вибраний проміжок часу $0, t$:

$$\tilde{P}(t_i) = \frac{(N - n_i)}{N}, \tag{2.2}$$

де n_i – кількість об'єктів, що відмовили за час t_i;

N – кількість об'єктів на початку випробувань.

При значній кількості об'єктів статистична ймовірність $\tilde{P}(t_i)$ сходиться до $P(t_i)$.

Коли кажуть про ймовірність безвідмовної роботи на інтервалі (t_1, t_2), то звичайно мають на увазі умовну ймовірність безвідмовної роботи $P(t_1, t_2)$, при умові, що об'єкт буде працездатним при t_1, тобто

$$\mathrm{P}(\mathrm{t}_1, \mathrm{t}_2) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{t}_2)}{\mathrm{P}(\mathrm{t}_1)}. \tag{2.3}$$

Прим. Для експоненційного закону розподілу наробіток на відмову

$$\mathrm{P}(\mathrm{t}_1, \mathrm{t}_2) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{t}_2)}{\mathrm{P}(\mathrm{t}_1)} = \mathrm{P}(\mathrm{t}_2 - \mathrm{t}_1)$$

Докажіть це самі.

Показниками безвідмовності не ремонтованих об'єктів є:

– ймовірність $P(t_0)$ безвідмовної роботи за фіксований інтервал часу t_0;

– інтенсивність відмов $\lambda(t)$;

– середнє напрацювання до відмови $T_{ñåð}$;

– гамма-відсоткове напрацювання до відмови t_γ.

Для опису миттєвих значень показників надійності (крім інтегральної функції розподілу напрацювання до відмову) застосовується диференціальна функція або щільність ймовірності напрацювання до відмови:

$$\mathrm{f}(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{dF}(\mathrm{t})}{\mathrm{dt}} = -\frac{\mathrm{dP}(\mathrm{t})}{\mathrm{dt}}. \tag{2.4}$$

З іншого боку

$$P(t)=1-F(t)=\int_0^{\infty} f(t)dt-\int_0^{t} f(t)dt=\int_t^{\infty} f(t)dt\,. \qquad (2.5)$$

Функція $f(t)$ має статистичний смисл частоти відмов і за експериментальними даними визначається як

$$\tilde{f}(t)=\frac{n(\Delta t)}{N\times\Delta t}\,, \qquad (2.6)$$

де $n(\Delta t)$ – кількість відмов в інтервалі часу випробувань Δt (мала околиця t);

при $\Delta t\to 0$ $\tilde{f}(t)$ сходиться до $f(t)$.

Під інтенсивністю відмов $\lambda(t)$ розуміється умовна щільність ймовірності виникнення відмови об'єкта, яка визначається для моменту часу t за умови, що до цього моменту відмова не виникала. Тоді

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{P(t)}. \qquad (2.7)$$

З урахуванням (1.1) і (1.4) одержуємо диференціальне рівняння першого порядку:

$$\lambda(t)=-\frac{1}{P(t)}\cdot\frac{dP(t)}{dt}=\frac{1}{1-F(t)}\cdot\frac{dF(t)}{dt}. \qquad (2.8)$$

Проінтегрувавши (1.8), одержимо

$$\int_0^t \lambda(t)dt=-\ln P(t)+C_1. \qquad (2.9)$$

Далі одержуємо

$$P(t)=\exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]+C. \qquad (2.10)$$

Значення постійної C знайдемо, використавши початкову умову $t=0$; $P(0)=1$. Внаслідок цього $C=0$.

Остаточно

$$P(t)=\exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]. \qquad (2.11)$$

Фізичним смислом інтенсивності відмов є кількість відмов за одиницю часу, віднесена до середньої кількості елементів, безвідмовно працюючих в даний інтервал часу, за умови, що елементи, які відмовили, не замінюються.

З дослідних даних ця характеристика розраховується як

$$\tilde{\lambda}(t)=\frac{n(\Delta t)}{N(t)\cdot\Delta t} \qquad (2.12)$$

де $N(t)$ – середня кількість працездатних елементів на час t .

Підкреслимо, що інтенсивність відмов як показник безвідмовності приймається тільки у випадку не ремонтованих (не відновлюваних) об'єктів, до яких відносяться, наприклад, радіоелементи.

Приклад 2.1. На випробування поставлено $N = 500$ виробів. За термін $t = 200$ годин відмовило $n = 200$ виробів. За наступні $\mathrm{D}t = 100$ годин відмовило ще $\mathrm{D}n$ =100 виробів. Визначити напрацювання до відмови $\tilde{Ð}(2000)$, $\tilde{Ð}(2100)$, щільність ймовірності відмов $\tilde{f}\left(2050\right)$, інтенсивність відмов $\tilde{\lambda}(2050)$.

Розв'язання.

$$\tilde{P}\left(2000\right) = \frac{N - n\left(2000\right)}{N} = \frac{500 - 200}{500} = 0,6;$$

$$\tilde{P}\left(2100\right) = \frac{N - n\left(2100\right)}{N} = \frac{500 - 300}{500} = 0,4;$$

$$\tilde{f}\left(2050\right) = \frac{\Delta n_i}{N \cdot \Delta t_i} = \frac{100}{500 \cdot 100} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ 1/год;}$$

$$\tilde{\lambda}\left(2050\right) = \frac{\Delta n_i}{N\left(2100\right) \cdot \Delta t_i} = \frac{100}{\left(500 - 300\right) \cdot 100} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/год.}$$

Для систем, які складаються з m **послідовно з'єднаних елементів**, відмови яких некорельовані (відмови – незалежні події) , ймовірність безвідмовної роботи системи дорівнює

$$P_c\left(t\right) = \prod_{i=1}^{m} P_i\left(t\right), \tag{2.13}$$

де $P_i\left(t\right)$ – ймовірність безвідмовної роботи і-го елемента.

Виразивши P(t) через λ(t), одержимо

$$\exp\left[-\int_0^t \lambda_C\left(t\right)dt\right] = \exp\left[-\int_0^t \sum_{i=1}^{m} \lambda_i\left(t\right)dt\right],$$

тоді

$$\lambda_C(t) = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i(t). \tag{2.14}$$

Послідовне з'єднання елементів в смислі надійності дещо відрізняється від поняття послідовного з'єднання в радіотехніці. В теорії надійності послідовним називають таке з'єднання елементів, при якому відмова будь-якого з них призведе до відмови системи в цілому, тому більшість оточуючих нас РЕП мають саме послідовне (у розумінні надійності)

з’єднання елементів. Паралельне з’єднання (резервування) застосовують спеціально для підвищення надійності.

Функціональні зв’язки поміж описаними показниками надійності зведені у табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Функціональні зв’язки поміж показниками надійності

Відо ма функція	Функція, яку знаходять			
	P(t)	Q(t)	F(t)	λ(t)
P(t)	–	1-P(t)	$-\frac{dP(t)}{dt}$	$-\frac{1}{P(t)}\cdot\frac{dP(t)}{dt}$
Q(t)	1-Q(t)	–	$\frac{dF(t)}{dt}$	$\frac{1}{1\text{-}Q(t)}\cdot\frac{dQ(t}{dt}$
f(t)	$\int_t^{\infty} f(t)dt$	$\int_0^t f(t)dt$	–	$\frac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(t)dt}$
λ(t)	$\exp\left[-\int_0^t \lambda(t)d\right.$	$1-\exp\left[-\int_0^t \lambda(\right.$	$\lambda(t)\cdot\exp\left[-\int_0^t \lambda\right.$	–

Середнім напрацюванням до відмови $T_{сер}$ називається математичне сподівання часу роботи (напрацювання до відмови групи однотипних ТО) об’єкта до першої відмови

$$T_{сер} = M_t = \int_{-\infty}^{\infty} t \cdot f(t)dt. \tag{2.15}$$

З урахуванням (2.14) при $t \geq 0$

$$T_{сер} = M_t = \int_{-\infty}^{\infty} t \cdot f(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} t \cdot \left(\frac{dF(t)}{dt}\right)dt = -\int_{-\infty}^{\infty} t \cdot \left(\frac{dP(t)}{dt}\right)dt. \tag{2.16}$$

Інтегруючи по частинах, одержимо

$$T_{сер} = -t \cdot P(t)\Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t)dt. \tag{2.17}$$

Очевидно, що перша складова (2.17) дорівнює нулю, так як при верхній межі P(t) швидше прямує до нуля, ніж $t \to \infty$. Тоді

$$T_{сер} = \int_0^{\infty} P(t)dt. \qquad (2.18)$$

За даними випробувань однотипних елементів $T_{сер}$ визначається як

$$\widetilde{T}_{сер} = \sum_{i=1}^{N} \frac{t_i}{N}. \qquad (2.19)$$

Середнє значення напрацювання не повно характеризує ТО (дивись приклад 2.2).

З метою оцінювання напрацювання при рівні безвідмовної роботи, що допускається, введено поняття *гамма-відсоткового* (γ-%) *напрацювання* t_γ, який визначається як термін (напрацювання), протягом якого відмова об'єкта не виникне з ймовірністю γ, вираженою у процентах. Цей показник визначається з рівняння:

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100}. \qquad (2.20)$$

Приклад 2.2. Для експоненціального розподілу відмов середнє напрацювання до відмови відповідає значенню ймовірності безвідмовної роботи

$$P(t_\gamma = T_{сер}) = e^{-t/T_{сер}} = e^{-1} \approx 0{,}38.$$

Це означає, що при $T_{сер}$ = 1000 годин ймовірність досягнення напрацювання в 1001 годину менше 0,37, і з підвищенням напрацювання в порівнянні з $T_{сер}$ ймовірність безвідмовної роботи зменшується, досягаючи в граничному стані нульового значення. При $P(t_\gamma)$ = 0,9 γ-% напрацювання $t_{90} = -T_{сер} \cdot \ln 0{,}9 \approx 100$ буде приблизно в 10 разів менше, при $P(t_\gamma)$ = 0,99 – в 100 разів менше $T_{сер}$.

Інакше, ймовірність безвідмовної роботи на рівні 0,99 забезпечується на перших 10 годинах роботи приладу; при $T_{сер}$ = 100 годин, t_{99} = 1 година. У партії зі 100 приладів, які працюють в ідентичних умовах, з $T_{сер}$ = 1000 годин через 10 годин роботи з ймовірністю 0,99 залишаться працездатними 99 приладів, а через 100 годин – 90. Через 1000 годин усього лише 37 приладів будуть працездатними.